Capítulo 9

O Modelo Clássico: População e Distribuição do Rendimento

O modelo de crescimento que a seguir se apresenta recebe a designação de *Modelo Clássico* na medida em que tenta reproduzir a perspectiva que os economistas clássicos tinham sobre o crescimento económico de longo prazo. Os principais economistas que designamos por clássicos são Adam Smith (1776), David Ricardo (1817), John Stuart Mill (1848) e Karl Marx (1867).[1]

Estes economistas tinham pontos de vista sobre crescimento económico de longo prazo que divergiam em alguns aspectos entre si, no entanto existem três questões bastante importantes que são comuns a todos eles: (1) a acumulação de capital depende positivamente da taxa de lucro do capital; (2) a reprodução da população e da força de trabalho depende positivamente das condições de vida da população, e estas dependem em grande medida do nível do salário real (e também positivamente); (3) existem *rendimentos decrescentes* na acumulação de factores produtivos. A partir destas três hipóteses, estes economistas derivavam a sua conclusão fundamental: o processo de acumulação de capital sujeito a rendimentos decrescentes levava inevitavelmente ao estado estacionário, onde o crescimento é nulo, a acumulação de capital é nula, e a população cessa de crescer. Isto é, do ponto de vista económico e histórico seria inevitável que o crescimento do produto e a melhoria das condições de

[1] As principais contribuições destes economistas são: Smith, A. (1776), *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, E. Cannan (Ed.), New York, 1937; Ricardo, D. (1817), *Principles of Political Economy and Taxation*, Everyman Classics, London, 1973; Mill, J. S. (1848), *Principles of Political Economy*, 7th Edition, J: S. Mill (Ed., 1871) , Toronto, 1965; Marx, K. (1867), *Capital, Vol. I*, Moscow, 1962.

vida tivessem limites, ou seja, não poderiam crescer permanentemente ao longo do tempo. Paul Samuelson designou este modelo de crescimento por "modelo canónico clássico".[2]

Contrariamente à conclusão fundamental dos clássicos, apesar de ter existido ao longo destes últimos três séculos uma acumulação permanente de capital e trabalho, não existe qualquer evidência de que o estado estacionário (tal como foi definido por aqueles economistas) seja uma perspectiva válida para representar o processo de crescimento de longo prazo. Não existe qualquer evidência de que o crescimento económico tenha chegado ao fim, ou que isto possa acontecer no futuro! Como explicar esta fácil refutação do modelo clássico? Será que o modelo clássico é inoperante para explicar o crescimento económico de longo prazo? Vamos mostrar que este modelo pode ser bastante útil como instrumento teórico para explicar o crescimento de longo prazo. Para tal, iremos manter as duas primeiras hipóteses acima referidas, mas alteramos a terceira. Iremos demonstrar que, se existirem *rendimentos constantes* relativamente à acumulação de todos os factores produtivos (trabalho e capital), o estado estacionário já não é um resultado lógico do modelo clássico. Por outro lado, para darmos ao modelo um "flavour" mais actual, vamos assumir que o capital pode ser acumulado sob duas formas: a forma física, e a forma humana; como já tínhamos feito no capítulo do modelo neoclássico com capital humano.

Relativamente ao modelo de Solow, o nosso ponto de referência fundamental para o desenvolvimento dos vários modelos de crescimento nesta parte do livro, convém salientar o seguinte. A primeira grande diferença que encontramos no modelo clássico é não existirem factores produtivos que cresçam ao longo do tempo de uma *forma exógena* (como era o caso do trabalho e do conhecimento tecnológico). Todos os factores são acumulados num processo endógeno. A segunda grande diferença consiste, seguindo o modelo do capital humano, na introdução do capital humano como factor produtivo e endogenamente acumulável (o qual continuamos a designar pelo símbolo H), e, consequentemente, na consideração uma taxa de poupança de forma a canalizar para este tipo de investimento uma parte da produção (continuando esta taxa a ser designada por s_H).

De notar que o modelo clássico continua a assumir como válidas muitas das hipóteses fundamentais do modelo de Solow. Por exemplo, continua a assumir que existem rendimentos decrescentes na acumulação de capital, mesmo que este passe a ser representado por duas formas (física e humana), e continua a assumir a existência de rendimentos constantes à escala quando levamos em consideração todos os factores acumuláveis,

[2] Samuelson, P A. (1978). "The Canonical Classical Model of Political Economy", *Journal of Economic Literature*, 16, 1415–1434.

trabalho e capital. Continua ainda a assumir que os mercados funcionam de forma perfeita.

Assim, e utilizando a mesma linguagem que temos apresentado desde o modelo de Solow, podemos sintetizar as hipóteses fundamentais do modelo Clássico do seguinte modo:

- **(H0*)** **(Nova)** *Todos os factores produtivos são acumulados de forma endógena*, ou seja, deixam de existir factores cujo crescimento é determinado por forças ou variáveis económicas exógenas;

- **(H0)** **(Nova)** Tal como no modelo de capital humano, existem *duas formas de capital* que são acumuladas ao longo do tempo: capital físico (K) e capital humano (H);

- **(H1)** **(Mantém–se)** Existem *rendimentos constantes à escala* relativamente a todos os factores acumuláveis ao longo do tempo, os quais são agora três: capital físico (K), capital humano (H), e serviços do trabalho (L);

- **(H2)** **(Mantém–se)** Existem *rendimentos marginais decrescentes na acumulação de capital*, mesmo para cada uma das formas de capital (K, H);

- **(H3)** **(Nova)** A força de trabalho (L) cresce de forma *endógena*, dependendo positivamente dos salários reais;

- **(H4)** **(Nova)** O conhecimento tecnológico (A) *permanece constante* ao longo do tempo. Este factor é tido como um bem público, estando livremente disponível (e sem custos) em toda a economia (e mesmo em todo o mundo);

- **(H5)** **(Mantém–se)** A taxa de poupança total (s) é constante, positiva e exógena ($0 < s < 1$), em virtude das taxas de poupança para investimento em cada uma das formas de capital serem também constantes, positivas e exógenas — $0 < s_i < 1, \;\; i = K, H$, e $0 < (s = s_K + s_H) < 1$;

- **(H6)** **(Mantém–se)** Os mercados do produto e dos factores produtivos funcionam de forma perfeita. Isto implica que não existem lucros extraordinários e os factores produtivos são remunerados de acordo com as suas respectivas produtividades marginais.

Contrariamente aos dois primeiros modelos de crescimento que analisámos (modelo de Solow, e modelo neoclássico com capital humano), o modelo clássico com rendimentos constantes na acumulação de trabalho e capital tem a particularidade de apresentar uma taxa de crescimento económico (g) dependente de variáveis que reflectem decisões dos agentes económicos (isto é, que dependem do comportamento *económico* destes agentes), como sejam as taxas de poupança s_K e s_H. Assim, em virtude de variáveis económicas afectarem o crescimento económico no longo prazo, o modelo clássico deve ser considerado como um "*modelo de crescimento endógeno*". No entanto, a natureza endógena deste crescimento difere dos modelos endógenos baseados em externalidades já analisados (por exemplo, "learning–by–doing", I&D e capital humano) porque é a reprodução endógena da população que permite obter crescimento endógeno; não a existência de externalidades relacionadas com I&D ou capital humano.

9.1 Apresentação do Modelo

9.1.1 A função de produção

Assume–se uma economia que produz um único bem homogéneo, recorrendo para tal a três factores produtivos que são acumulados endogenamente — capital físico (K); capital humano (H) e força de trabalho (L) — e um factor que permanece constante ao longo do tempo, o nível de conhecimento tecnológico (A). Note que A é agora uma mera *constante* positiva, em nada afectando a dinâmica do modelo. A função de produção, correspondendo à oferta da economia, é uma Cobb–Douglas com a forma

$$Q_t = AK_t^{\alpha} H_t^{\beta} L_t^{1-\alpha-\beta} \tag{9.1}$$

com as seguintes restrições nos parâmetros: $\alpha > 0$, $\beta > 0$, $\alpha + \beta < 1$. A partir das restrições dos parâmetros, podemos facilmente constatar que a função de produção apresenta produtividades marginais positivas mas decrescentes

$$\begin{array}{ccccc} Q'_K > 0 & , & Q'_H > 0 & , & Q'_L > 0 \\ Q''_K < 0 & , & Q''_H < 0 & , & Q''_L < 0 \end{array}$$

Estas características das produtividades marginais significam que acrescentar mais uma unidade de qualquer um destes três factores produtivos na produção faz com que esta aumente, mas os acréscimos na produção vão–se tornando sucessivamente menores ao longo do tempo.

A função é ainda homogénea de grau um relativamente ao conjunto de todos os factores acumuláveis, ou seja, há rendimentos constantes à escala na utilização dos três factores produtivos, o que pode ser apresentado através da condição

$$\lambda Q_t = A\left(\lambda K_t\right)^{\alpha}\left(\lambda H_t\right)^{\beta}\left(\lambda L_t\right)^{1-\alpha-\beta}$$

a qual garante que um aumento de todos os factores produtivos numa mesma proporção λ gera um aumento exactamente proporcional na produção, ou seja, o produto aumenta também na mesma proporção λ.

A função pode ser apresentada na forma intensiva dividindo as diferentes variáveis pelo factor trabalho (L_t).[3] Ficaremos então com

$$\frac{Q_t}{L_t} = \frac{AK_t^{\alpha} H_t^{\beta} L_t^{1-\alpha-\beta}}{L_t} \tag{9.2}$$

A equação (9.2) é equivalente a

$$\frac{Q_t}{L_t} = A\frac{K_t^{\alpha}}{L_t^{\alpha}} \cdot \frac{H_t^{\beta}}{L_t^{\beta}} \tag{9.3}$$

o que nos permite escrever

$$q_t = Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta} \tag{9.4}$$

onde as seguintes definições foram utilizadas

$q_t \equiv \frac{Q_t}{L_t}$ é o produto *per capita*

$k_t \equiv \frac{K_t}{L_t}$ é o capital físico *per capita*

$h_t \equiv \frac{H_t}{L_t}$ é o capital humano *per capita*

9.1.2 A evolução dos factores no tempo

Conforme já foi referido, este modelo tem a particularidade de só possuir variáveis endógenas já que A é uma mera constante e L_t foi transformado numa variável endogenamente acumulável. Vamos descrever os comportamentos das variáveis endógenas de seguida.

Relativamente ao comportamento dinâmico de cada variável, uma hipótese fundamental do modelo consiste em assumir que este comportamento depende directamente da remuneração de cada um dos factores produtivos (lucros ou salários, consoante o factor considerado). Por outro lado, estas remunerações são dadas pela produtividade marginal de cada um dos factores, em virtude de se assumir que os mercados são competitivos (hipótese H6), o que está de acordo com as perspectivas dos economistas clássicos sobre a remuneração dos factores.

[3] Neste modelo, e contrariamente aos dois modelos anteriormente apresentados, a forma intensiva corresponde às variáveis medidas em termos *per capita*.

Seguindo esta lógica, a acumulação de capital físico é uma função da sua taxa de lucro (r_K), sendo esta taxa dada pela produtividade marginal do capital físico (PMG_K) na função de produção. Teremos, portanto

$$g_K \equiv \frac{\dot{K}_t}{K_t} = s_K \cdot r_K \tag{9.5}$$

$$\frac{\dot{K}_t}{K_t} = s_K \cdot PMG_K$$

$$\dot{K}_t = s_K \cdot PMG_K \cdot K_t \tag{9.6}$$

onde s_K é a taxa marginal de poupança do capital físico e $PMG_K \cdot K_t$ é a proporção do rendimento nacional destinada aos lucros dos detentores do capital físico. Retira–se daqui a ideia de que quanto maior for a parte do rendimento distribuída sob a forma de lucros, maior tenderá a ser o nível do investimento em capital físico. Note que se a taxa de lucro for nula ($r_K = 0$), não haverá acumulação de capital físico ($\dot{K}_t = 0$), e teremos também $g_K = 0$.

A acumulação de capital humano segue a mesma lógica da do capital físico. É também função da sua taxa de lucro (r_H) que terá que corresponder à produtividade marginal do capital humano (PMG_H), vindo

$$g_H = s_H \cdot r_H \tag{9.7}$$

$$\frac{\dot{H}_t}{H_t} = s_H \cdot r$$

$$\dot{H}_t = s_H \cdot PMG_H \cdot H_t \tag{9.8}$$

onde s_H é a taxa marginal de poupança do capital humano e $PMG_H \cdot H_t$ é a proporção do rendimento nacional que corresponde aos lucros dos detentores do capital humano. Assim, também a acumulação de capital humano é função dos seus lucros. Podemos aplicar o mesmo raciocínio que foi aplicado ao capital físico. Se a taxa de lucro relativamente ao capital humano for nula ($r_H = 0$), não haverá acumulação de capital humano ($\dot{K}_t = 0$), e teremos também $g_H = 0$.

Por último, temos a força de trabalho, cujo crescimento é também endógeno neste modelo, dependendo do nível de salários reais (w), sendo estes dados pela produtividade marginal do factor trabalho (PMG_L), vindo

$$n = \phi w \quad , \quad \phi > 0 \tag{9.9}$$

$$\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n = \phi w \tag{9.10}$$

onde ϕ é um parâmetro que representa a sensibilidade da taxa de crescimento da população relativamente ao nível dos salários reais. Estas duas equações permitem–nos chegar a uma outra após a substituição da igualdade $w = PMG_L$ na equação anterior

$$\dot{L}_t = \phi \cdot PMG_L \cdot L_t \tag{9.11}$$

O produto $PMG_L \cdot L_t$ corresponde à proporção do rendimento nacional distribuída sob a forma de salários dos trabalhadores. Se os salários reais aumentam devido a um aumento da produtividade, a população cresce o que reproduz a noção clássica de que um salário real superior ao salário de subsistência gera crescimento demográfico positivo.

9.1.3 As produtividades marginais dos factores

Antes de estudarmos o equilíbrio de longo prazo do modelo convém primeiro determinar as expressões das produtividades marginais de cada um dos factores produtivos. A razão é simples: como vimos na anterior subsecção $\dot{K}_t$ depende de PMG_K, $\dot{H}_t$ depende de PMG_H, e $\dot{L}_t$ de PMG_L (vide equações, respectivamente, 9.6, 9.8 e 9.11).

Produtividade marginal do capital físico. Esta produtividade corresponderá à derivada da função de produção em ordem ao capital físico

$$PMG_K = \frac{\partial Q_t}{\partial K_t} \tag{9.12}$$

Vamos derivar a equação (9.1) em ordem à variável K_t, obtendo

$$PMG_K = \alpha A K_t^{\alpha-1} H_t^{\beta} L_t^{1-\alpha-\beta} \tag{9.13}$$

Esta expressão pode ser escrita de uma forma mais útil, usando variáveis expressas na *forma intensiva.* Esta forma corresponde neste modelo a *valores per capita* em virtude da variável A ser praticamente irrelevante para o modelo (por ser uma constante, isto é, por não evoluir ao longo do tempo). Para tal reescrevemos a equação (9.13) dividindo–a por $L_t^{1-\alpha-\beta}$, o que equivale a passar $L_t^{1-\alpha-\beta}$ para o denominador, ficando com

$$PMG_K = \alpha A \frac{K_t^{\alpha-1}}{L_t^{\alpha-1}} \cdot \frac{H_t^{\beta}}{L_t^{\beta}} \tag{9.14}$$

Podemos finalmente apresentar a produtividade marginal do capital físico em função de variáveis apresentadas na sua *forma intensiva*

$$PMG_K = \alpha A k_t^{\alpha-1} h_t^{\beta} \tag{9.15}$$

Produtividade marginal do capital físico. Esta produtividade será dada pela derivada da função de produção (9.1) em ordem ao capital humano (H_t)

$$PMG_H = \frac{\partial Q_t}{\partial H_t} \tag{9.16}$$

sendo o resultado dado pela expressão

$$PMG_H = \beta A K_t^{\alpha} H_t^{\beta-1} L_t^{1-\alpha-\beta} \tag{9.17}$$

a qual pode ser reescrita da seguinte forma

$$PMG_H = \beta A \frac{K_t^{\alpha}}{L_t^{\alpha}} \cdot \frac{H_t^{\beta-1}}{L_t^{\beta-1}} \tag{9.18}$$

A expressão anterior pode ser também apresentada com as variáveis escritas na *forma intensiva*. Assim, teremos a produtividade marginal do capital humano dada por

$$PMG_H = \beta A k_t^{\alpha} h_t^{\beta-1} \tag{9.19}$$

Produtividade marginal do trabalho. Esta produtividade corresponderá à derivada da função de produção em ordem ao factor trabalho (L_t)

$$PMG_L = \frac{\partial Q_t}{\partial L_t} \tag{9.20}$$

Calculando a derivada da equação (9.1) em ordem a L_t ficamos com

$$PMG_L = (1-\alpha-\beta)\, A K_t^{\alpha} H_t^{\beta} L_t^{1-\alpha-\beta-1} \tag{9.21}$$

a qual pode ser rearranjada do seguinte modo

$$PMG_L = (1-\alpha-\beta)\, A \frac{K_t^{\alpha}}{L_t^{\alpha}} \cdot \frac{H_t^{\beta}}{L_t^{\beta}} \tag{9.22}$$

Sabendo que as variáveis apresentadas em termos *per capita (ou intensivos)* são definidas por $k \equiv K/L$ e $h \equiv H/L$, podemos finalmente obter

$$PMG_L = (1-\alpha-\beta)\, A k_t^{\alpha} h_t^{\beta} \tag{9.23}$$

Conhecendo as diferentes produtividades marginais dos factores produtivos do modelo (as quais estão apresentadas com as variáveis expressas na sua forma intensiva) podemos reescrever as equações de movimento dos três factores produtivos substituindo as expressões dos PMG nas equações (9.6) (9.8) (9.11). O resultado após esta substituição é o seguinte

$$\dot{K}_t = s_K \cdot \underbrace{\alpha A k_t^{\alpha-1} h_t^{\beta}}_{PMG_K} \cdot K_t \tag{9.24}$$

$$\dot{H}_t = s_H \cdot \underbrace{\beta A k_t^{\alpha} h_t^{\beta-1}}_{PMG_H} \cdot H_t \tag{9.25}$$

$$\dot{L}_t = \phi \cdot \underbrace{(1-\alpha-\beta)\, A k_t^{\alpha} h_t^{\beta}}_{PMG_L} \cdot L_t \tag{9.26}$$

9.2 O Equilíbrio de Longo Prazo

No sentido de estudar a dinâmica e o equilíbrio de longo prazo do modelo clássico, convém reduzir o mesmo ao menor número possível de equações de movimento. Tal como nos modelos anteriores, podemos reduzir a estrutura dinâmica apenas a duas equações dinâmicas através da utilização de variáveis na forma intensiva. Para obtermos esta redução no modelo neoclássico com capital humano dividíamos uma variável em valor absoluto (por exemplo K_t) pelo trabalho em termos de eficiência ($E_t = A_t L_t$), ficando neste exemplo $k_t = K_t/E_t$.

No entanto, no modelo clássico, como A permanece constante ao longo do tempo (em nada afectando a dinâmica neste modelo), basta dividirmos as variáveis em valor absoluto por L_t para se obterem variáveis em termos intensivos. Como temos duas formas de capital, capital físico e capital humano, iremos ter duas equações de movimento dinâmico para estudar, ou seja, k_t e h_t, sendo estas definidas por $k_t \equiv K_t/L_t$ e $h_t \equiv H_t/E_t$.

9.2.1 A dinâmica de k_t

O capital físico *per capita* corresponde à relação entre o capital físico e o trabalho, isto é,

$$k_t \equiv \frac{K_t}{L_t} \tag{9.27}$$

Para conhecermos a evolução dinâmica desta variável, ou seja, para darmos resposta à pergunta "$\dot{k}_t =?$", temos que calcular a derivada total de k_t relativamente ao tempo, já que por definição $\dot{k}_t \equiv dk_t/dt$. A derivada total desta função (e observando a *Figura 9.1*) é dada por

$$\dot{k}_t = \frac{\partial k_t}{\partial K_t}\frac{dK_t}{dt} + \frac{\partial k_t}{\partial L_t}\frac{dL_t}{dt} \tag{9.28}$$

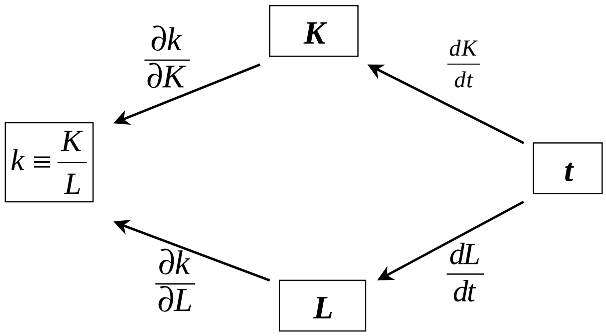

Figura 9.1: *Esquema gráfico da derivada total de k em ordem ao tempo* (dk/dt).

Calculando as derivadas parciais da equação (9.27) e sabendo que, por definição, $dK_t/dt \equiv \dot{K}_t$ e que $dL_t/dt \equiv \dot{L}_t$, podemos chegar a (omitindo o índice t com o objectivo das equações se tornarem mais facilmente inteligíveis)[4]

$$\begin{aligned} \dot{k} &= \frac{1}{L}\dot{K} + \left(-\frac{K}{L^2}\right)\dot{L} \\ \dot{k} &= \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L}\frac{\dot{L}}{L} \end{aligned} \tag{9.29}$$

Substituindo nesta equação o valor de $\dot{K}_t$ que obtivemos atrás — vide equação (9.24), $\dot{K}_t = s_{_K} \cdot \alpha A k_t^{\alpha-1} h_t^{\beta} \cdot K_t$ — e sabendo por definição que $\dot{L}/L = n$, ficaremos com

$$\dot{k} = \frac{s_{_K} \cdot \alpha A k^{\alpha-1} h^{\beta} \cdot K}{L} - \frac{K}{L} n \tag{9.30}$$

Como por definição sabemos que $K/L \equiv k$, esta expressão pode ser simplificada, surgindo

$$\dot{k} = s_{_K} \cdot \left(\alpha A k^{\alpha-1} h^{\beta}\right) k - nk \tag{9.31}$$

Somando os expoentes da variável k_t que aparece no primeiro termo do lado direito da equação (9.31) e substituindo n pela sua expressão (n é a taxa de crescimento do trabalho que corresponde a $n = \phi PMG_L = \phi\,(1-\alpha-\beta)\,A k_t^{\alpha} h_t^{\beta}$), teremos

$$\dot{k} = s_{_K} \cdot \left(\alpha A k^{\alpha} h^{\beta}\right) - k\phi\,(1-\alpha-\beta)\,A k^{\alpha} h^{\beta} \tag{9.32}$$

[4] No entanto, não se deve esquecer que este é um modelo dinâmico e, portanto, todas as variáveis evoluem ao longo do tempo. Ou seja, todas estas variáveis são função do próprio tempo.

Nesta equação, o produto $Ak^{\alpha}h^{\beta}$ aparece nos dois termos do lado direito da mesma. Como a função de produção na forma intensiva é dada por $q = Ak^{\alpha}h^{\beta}$, podemos eliminar o produto através da sua substituição por q, vindo

$$\dot{k} = s_{K} \cdot \alpha \cdot q - k\phi\,(1-\alpha-\beta)\,q \tag{9.33}$$

Colocando em evidência a variável q podemos finalmente escrever

$$\dot{k} = q\,[s_{K} \cdot \alpha - \phi\,(1-\alpha-\beta)\,k] \tag{9.34}$$

Esta é uma das equações fundamentais do modelo Clássico. A partir do seu estudo podemos determinar a condição de equilíbrio de longo prazo para k_t, ou seja ($k^{\star}$). Por definição, o equilíbrio de longo prazo alcança–se quando $\dot{k}_t = 0$. Em termos económicos, isto significa que os factores produtivos estão a crescer na mesma proporção, o que só acontecerá se o capital físico *per capita* parar de crescer. Aplicando a condição $\dot{k}_t = 0$ à equação (9.34), ficamos com

$$s_K \cdot \alpha - k\phi\,(1-\alpha-\beta) = 0 \tag{9.35}$$

Daqui podemos retirar o nível de capital per capita de equilíbrio de longo prazo ($k^{\star}$), que será dado por

$$k^{\star} = \frac{s_{K} \cdot \alpha}{\phi\,(1-\alpha-\beta)} \tag{9.36}$$

Graficamente a trajectória de equilíbrio de longo prazo desta variável representa–se por uma recta horizontal no plano (h_t, k_t), tal como acontece na *Figura 9.2*. Vejamos o que acontece fora deste equilíbrio. No ponto A, situado acima da trajectória de equilíbrio de longo prazo de k_t, o stock de capital físico *per capita* apresenta valores superiores àquele que manteria num ritmo de crescimento equilibrado de longo prazo ($k_0 > k^{\star}$). Assim, k_t vai decrescer até alcançar a trajectória de equilíbrio de longo prazo no ponto C. Observando a equação (9.34) vemos que, em termos económicos, estes pontos representam situações em que o investimento em capital físico *per capita* ($s_{K} \cdot \alpha \cdot q_t$) é inferior à necessidade de reposição desse mesmo capital físico ($\phi k_t\,(1-\alpha-\beta)\,q_t$), o que torna a referida equação negativa e nos garante que k_t estará a decrescer. Portanto, se a necessidade de reposição do investimento é maior que o investimento que é efectivamente realizado (ambos investimento físico em termos *per capita*), o respectivo stock de capital vai diminuindo ao longo do tempo até a economia chegar ao ponto C.

No ponto B, localizado abaixo da trajectória de equilíbrio de longo prazo de k_t, o stock de capital físico *per capita* apresenta montantes inferiores ao que o mantém na sua trajectória de equilíbrio de longo prazo

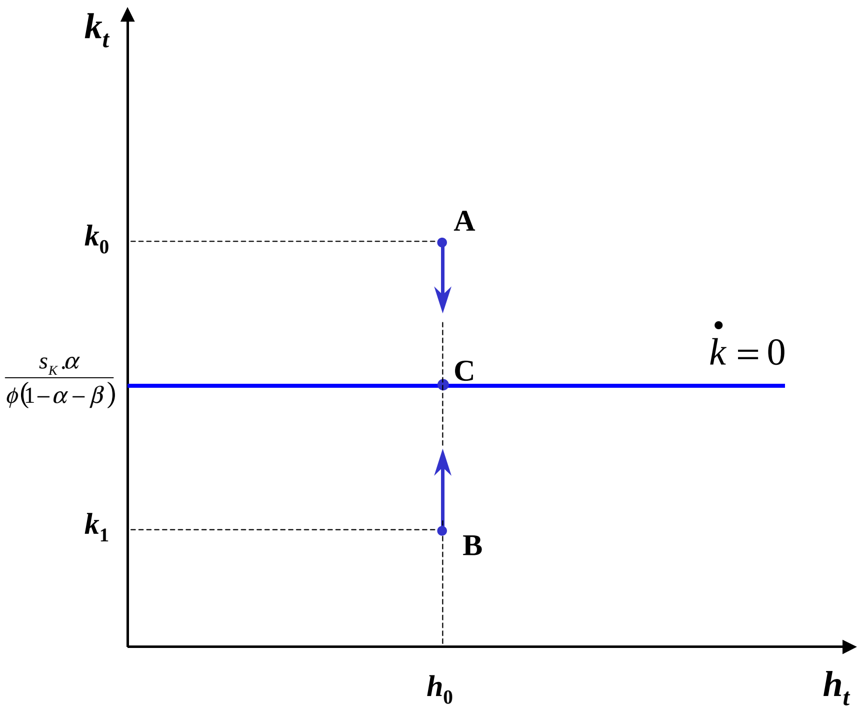

Figura 9.2: A DINÂMICA DE k_t.

($k_1 < k^\star$). Neste caso, k_t irá crescer até alcançar a sua trajectória de equilíbrio de longo prazo em C. A interpretação económica faz–se da mesma forma, recorrendo à equação (9.34). Para pontos como B, o investimento em capital físico *per capita* é superior à necessidade de reposição desse capital, imposta pelo crescimento populacional, o que provoca uma subida do nível de k_t até este chegar ao seu nível de equilíbrio em C.

Podemos aqui concluir que a variável k_t possui uma trajectória de crescimento equilibrado de longo prazo e que situações fora dessa trajectória representam convergência para a mesma.

9.2.2 A dinâmica de h_t

O estudo da dinâmica do capital humano *per capita*, ou seja h_t, segue exactamente os mesmos passos que percorremos na secção anterior. A única diferença consiste em que temos agora uma nova variável, definida de forma diferente, mas os procedimentos são em tudo semelhantes. O capital humano *per capita* define–se como a relação entre o capital humano e o factor trabalho

$$h_t \equiv \frac{H_t}{L_t} \tag{9.37}$$

O comportamento dinâmico desta variável é dado por definição, pela sua derivada total relativamente ao tempo, portanto, $\dot{h}_t \equiv dh_t/dt$. A derivada total corresponde a [5]

$$\dot{h}_t = \frac{\partial h_t}{\partial H_t}\frac{dH_t}{dt} + \frac{\partial h_t}{\partial L_t}\frac{dL_t}{dt} \tag{9.38}$$

Calculando as derivadas parciais da equação (9.37) e sabendo que, por definição, $dH_t/dt \equiv \dot{H}_t$ e $dL_t/dt \equiv \dot{L}_t$, podemos obter uma nova expressão (omitindo o índice t para simplificar a simbologia)

$$\begin{aligned}
\dot{h} &= \frac{1}{L}\dot{H} + \left(-\frac{H}{L^2}\right)\dot{L} \\
\dot{h} &= \frac{\dot{H}}{L} - -\frac{H}{L}\frac{\dot{L}}{L} \qquad (9.39)
\end{aligned}$$

Substituindo $\dot{H}_t$ pelo seu comportamento dinâmico, o qual é dado pela equação (9.25) — $\dot{H}_t = s_{H} \cdot \beta A k_t^\alpha h_t^{\beta-1} \cdot H_t$ — e sabendo por definição que $\dot{L}_t/L_t = n$, podemos chegar à expressão

$$\dot{h} = \frac{s_{H} \cdot \beta A k^\alpha h^{\beta-1} \cdot H}{L} - \frac{H}{L}n \tag{9.40}$$

[5] Se tiver dúvidas sobre esta expressão consulte a expressão da derivada de k em ordem a t na subsecção anterior. O método de obter as duas expressões é totalmente idêntico.

O próximo passo consiste em usar a definição $H_t/L_t = h_t$ para substituir H/L por h. Podemos também substituir a taxa de crescimento da população (n) pela sua expressão anteriormente calculada na equação (9.10) $n = \phi PMG_L$. Como $PMG_L = \phi(1-\alpha-\beta) Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta}$, então temos $n = \phi(1-\alpha-\beta) Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta}$. Aplicando estas substituições ficaremos com a expressão

$$\dot{h} = s_H \cdot \left(\beta A k^{\alpha} h^{\beta-1}\right) h - h\phi(1-\alpha-\beta) Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta} \tag{9.41}$$

Somando os expoentes da variável h, obtemos a equação

$$\dot{h} = s_H \cdot \beta \cdot \underbrace{Ak^{\alpha}h^{\beta}}_{q} - h\phi(1-\alpha-\beta) \underbrace{Ak^{\alpha}h^{\beta}}_{q} \tag{9.42}$$

Como $q = Ak^{\alpha}h^{\beta}$, podemos escrever

$$\dot{h} = s_H \cdot \beta \cdot q - h\phi(1-\alpha-\beta) q \tag{9.43}$$

e colocando q em evidência, podemos finalmente obter a equação dinâmica de h expressa apenas em termos de variáveis na forma intensiva, ou seja a equação fundamental do modelo relativamente a h

$$\dot{h} = q_t \left[s_H \cdot \beta - h\phi(1-\alpha-\beta)\right] \tag{9.44}$$

Por definição, o equilíbrio de longo prazo para h_t acontece quando $\dot{h}_t = 0$. Aplicando esta condição à equação (9.44), obtem–se o *locus* do equilíbrio de longo prazo para o capital humano

$$s_H \cdot \beta - h\phi(1-\alpha-\beta) = 0 \tag{9.45}$$

Esta equação pode ser resolvida em ordem a h, donde podemos retirar a expressão que representa o nível do capital humano *per capita* de equilíbrio de longo prazo ($h^{\star}$)

$$h^{\star} = \frac{s_H \cdot \beta}{\phi(1-\alpha-\beta)} \tag{9.46}$$

Graficamente, a trajectória de equilíbrio de longo prazo desta variável encontra-se representada no plano (h_t, k_t) através de uma recta vertical ($\dot{h}_t = 0$) na *Figura* 9.3. O ponto A, situado à esquerda desta trajectória de h_t, corresponde a valores para o capital humano *per capita* inferiores aos que são dados pela sua trajectória de crescimento equilibrado ($h_0 < h^{\star}$). Portanto, a variável h_t estará a crescer até alcançar esta trajectória de crescimento equilibrado, o que acontecerá no ponto C. Em termos de linguagem económica, e observando a equação (9.44), verificamos que estes

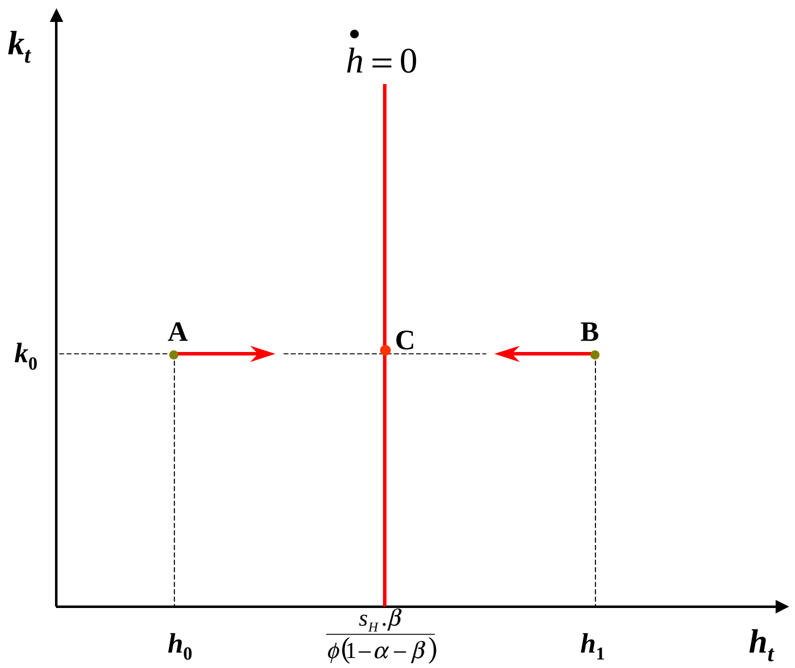

Figura 9.3: A DINÂMICA DE h_t.

pontos situados à esquerda de $\dot{h}_t = 0$ representam situações em que o investimento em capital humano *per capita* $(s_H \cdot \beta \cdot q)$ é superior à necessidade de reposição desse mesmo capital $(h\phi\,(1-\alpha-\beta)\,q)$. Portanto, se a necessidade de reposição do investimento é menor que o investimento que é efectivamente realizado (ambos investimento humano em termos *per capita*), o respectivo stock de capital vai aumentando ao longo do tempo até a economia chegar ao ponto C.

No ponto B, situado à direita da função que representa a trajectória de equilíbrio de longo prazo de h_t, o capital humano *per capita* apresenta níveis superiores ao que o manteria num ritmo de crescimento equilibrado de longo prazo $(h_1 > h^\star)$. Portanto, h_t terá de decrescer até alcançar o equilíbrio de longo prazo no ponto C. Em termos económicos, a leitura da equação (9.44) permite-nos verificar que, no ponto B, o investimento em capital humano *per capita* é inferior ao montante que seria necessário para que h_t cobrisse a sua necessidade de reposição, o que explica a diminuição de h_t ao longo do tempo até alcançar o seu nível de equilíbrio em C.

Portanto, também para o capital humano *per capita* constatamos que existe uma trajectória de crescimento equilibrado de longo prazo e que situações fora dessa trajectória levam a que esta variável seja forçada (pela própria dinâmica do modelo) a convergir para a referida trajectória.

9.2.3 A determinação do ELP

O equilíbrio de longo prazo desta economia será alcançado quando as duas variáveis dinâmicas analisadas permanecerem em trajectórias de crescimento equilibrado de longo prazo. Conforme já vimos no modelo de capital humano, o equilíbrio de longo prazo é determinado pelas condições

$$\begin{aligned} \dot{k}_t &= 0 \\ \dot{h}_t &= 0 \end{aligned}$$

Em termos gráficos, este equilíbrio corresponde ao ponto de intersecção das duas funções que representam o equilíbrio para cada uma das duas variáveis, como podemos observar na *Figura 9.4.* O ponto E corresponde então ao ponto de equilíbrio de longo prazo do modelo por ser o único ponto que satisfaz simultaneamente as duas restrições. Observando o gráfico podemos concluir que o equilíbrio do sistema não só existe como ainda é único. Existe apenas um par $(h^\star, k^\star)$ para o qual o sistema económico como um todo converge e mantém um ritmo de crescimento constante ou equilibrado. Assim, podemos apresentar a primeira conclusão fundamental deste modelo:

Conclusão 9.1 *O equilíbrio de longo prazo no modelo Clássico existe e é único.*

Outra questão que aqui se coloca é saber se o equilíbrio é estável, isto é, será que perante um choque de natureza exógena que leve a economia para um ponto que não corresponda ao de equilíbrio de longo prazo, o modelo comporta forças internas que garantem que o mesmo regressa ao ponto de equilíbrio estável? Vamos analisar quatro situações possíveis, cada uma delas correspondendo a combinações de capital físico *per capita* e capital humano *per capita* fora do equilíbrio de longo prazo do sistema. Continuamos a recorrer à *Figura 9.4*, e deve notar que nesta figura as setas reflectem as trajectórias que cada variável terá ao longo do tempo.

No ponto A, k e h estão ambos abaixo da sua trajectória de equilíbrio de longo prazo. Sabemos que, nesta situação, as duas variáveis estarão a crescer, o que nos garante que pares situados neste quadrante são pares que fazem com que a economia convirja para o equilíbrio de longo prazo. As setas mostram que existe uma pressão (de natureza económica) para ambas as variáveis crescerem ao longo do tempo, e a inclinação das mesmas indicam que ambas tenderão para o ponto E.

No ponto B, k apresenta valores superiores ao da sua trajectória de equilíbrio de longo prazo, enquanto h terá valores inferiores a h^*. Estes

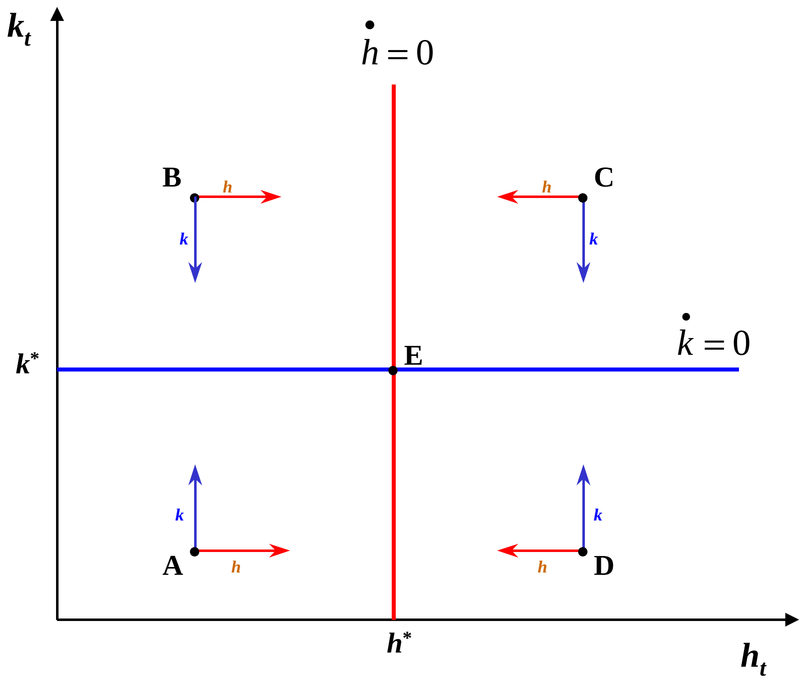

Figura 9.4: o equilíbrio de longo prazo do modelo clássico.

são pares em que k estará a decrescer, aproximando–se de k^* e h estará a crescer, aproximando–se de h^*. A direcção das setas mostra que ambas as variáveis tenderão ao longo do tempo por convergir para o ponto E. Assim, também os pares pertencentes a este quadrante representam situações de convergência para o equilíbrio.

O ponto C representa uma situação em que k e h estão simultaneamente acima das suas respectivas trajectórias de equilíbrio de longo prazo. Neste contexto haveria desacumulação das duas formas de capital, o que garantiria a convergência para o ponto E de equilíbrio global do sistema.

No ponto D, o capital físico *per capita* está abaixo da sua trajectória de equilíbrio de longo prazo, enquanto o capital humano *per capita* está à direita da sua trajectória de equilíbrio de longo prazo. Analisando individualmente cada uma das dinâmicas destas variáveis vemos que h estará a decrescer enquanto k estará a crescer o que faz com que a economia se aproxime progressivamente de E e finalmente o alcance.

Podemos verificar que, em qualquer uma das situações analisadas, correspondendo a casos fora do equilíbrio de longo prazo do sistema, temos convergência para esse mesmo equilíbrio o que nos permite concluir que o equilíbrio é estável. Podemos, portanto, apresentar outra conclusão fundamental do modelo Clássico:

Conclusão 9.2 *O equilíbrio de longo prazo do modelo é estável, já que independentemente do ponto de partida, a economia converge para uma trajectória de crescimento equilibrado.*

9.2.4 Caracterização do crescimento no ELP

Taxas de crescimento no equilíbrio de longo prazo

Qual o ritmo a que irão crescer as diferentes variáveis quando o sistema entrar no crescimento equilibrado de longo prazo? Por definição, as variáveis em termos intensivos não estarão a crescer, isto é,

$$g_k = 0$$

$$g_h = 0$$

Temos ainda que determinar o crescimento do produto na forma intensiva. Sabendo que $q_t = Ak_t^{\alpha}h_t^{\beta}$, a taxa de crescimento desta variável será dada por $g_q = g_A + \alpha g_k + \beta g_h$, donde se retira que $g_q = 0 + \alpha 0 + \beta 0$, o que implica que

$$g_q = 0 \tag{9.47}$$

Portanto, podemos concluir que as variáveis em valores *per capita* não crescem neste modelo. O que se passará com as variáveis medidas nos seus valores absolutos? Vamos começar por determinar a taxa de crescimento do factor trabalho, já que ela é extremamente importante para determinar todas as restantes taxas de crescimento. Sabemos através das equações do modelo que a taxa de crescimento do factor trabalho é dada por

$$g_L = n$$

Também se sabe que das equações (9.10) e (9.11) que $n = \phi \cdot PMG_L$ e da equação (9.23) que $PMG_L = (1 - \alpha - \beta)\, Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta}$, logo podemos escrever

$$g_L = \phi\,(1 - \alpha - \beta)\, Ak_t^{\alpha} h_t^{\beta}$$

Como estamos a determinar a taxa de crescimento do factor trabalho no estado estacionário, ou seja no equilíbrio de longo prazo, os valores de k e de h podem ser substituídos pela expressão que estes adquirem quando a economia entra no estado estacionário. Estes valores são dados pelas equações (9.36) e (9.46), respectivamente, por $k^{\star} = (s_K \cdot \beta) / \phi\,(1 - \alpha - \beta)$ e $h^{\star} = (s_H \cdot \alpha) / \phi\,(1 - \alpha - \beta)$. Substituindo estes valores de $k^{\star}$ e $h^{\star}$ na equação anterior, ficamos com a taxa de crescimento do factor trabalho dada por uma expressão

$$g_L = A\,(\phi \cdot \varepsilon)^{\varepsilon}\,(s_K \cdot \alpha)^{\alpha}\,(s_H \cdot \beta)^{\beta} \tag{9.48}$$

onde, para simplificar a simbologia, se utiliza a seguinte definição: $\varepsilon \equiv 1 - \alpha - \beta$. *Esta é a expressão final da taxa de crescimento do factor trabalho neste modelo.*

A partir desta taxa de crescimento do trabalho podemos determinar as taxas de crescimento de todas as restantes variáveis, bastando para tal fazer o percurso inverso: se para determinarmos esta taxa tivemos inicialmente de transformar variáveis em valor absoluto em variáveis medidas em termos per capita (ou intensivas), agora vamos determinar as taxas de crescimento das variáveis em valor absoluto partindo de variáveis intensivas.

Assim, como sabemos que $K \equiv kL$, a taxa de crescimento de K será $g_K = g_k + g_L$. Como no equilíbrio de longo prazo temos $g_k = 0$, a taxa de crescimento do capital físico é igual à taxa de crescimento do factor trabalho

$$g_K = g_L$$

Da mesma forma, sabendo que o capital humano corresponde a $H \equiv hL$, podemos determinar a sua taxa de crescimento que será dada por $g_H = g_h + g_L$. Como o capital humano em termos intensivos tem, por definição, crescimento nulo no estado estacionário, isto é, $g_h = 0$, então a taxa de crescimento do capital humano em termos absolutos será igual à taxa de crescimento do factor trabalho

$$g_H = g_L$$

Nestas circunstâncias, qual será o ritmo de crescimento do produto em termos absolutos? Relembrando que a função de produção é dada por $Q_t = AK_t^{\alpha} H_t^{\beta} L_t^{1-\alpha-\beta}$, então a taxa de crescimento do produto corresponderá a $g_Q = g_A + \alpha g_K + \beta g_H + (1 - \alpha - \beta)\, g_L$. Como A é uma constante a sua taxa de crescimento é nula ($g_A = 0$) e sabendo que $g_K = g_H = g_L$, a taxa de crescimento do produto pode ser escrita como $g_Q = 0 + \alpha g_L + \beta g_L + (1 - \alpha - \beta)\, g_L$, donde finalmente resulta [6]

$$g_Q = g_L$$

Concluímos assim que todas as variáveis absolutas estão a crescer à mesma taxa constante e endógena, pelo que podemos escrever

$$g_L = g_K = g_H = g_Q = g^{\star}$$

Portanto, podemos apresentar uma síntese dos valores que as várias taxas de crescimento terão no equilíbrio de longo prazo na seguinte Caixa:

Taxas de crescimento no equilíbrio de longo prazo

Endógenas (não existem taxas de crescimento exógenas neste modelo)		
$g_k = g_h = g_q$ $=$ 0	$g_{K/L} = g_{H/L} = g_{Q/L}$ $=$ 0	$g_K = g_H = g_Q$ $=$ $g^{\star} > 0$

9.2.5 Principais resultados

Estes resultados são bastante importantes sob dois pontos de vista. Por um lado, porque permitem apresentar uma nova característica na discussão do crescimento económico de longo prazo, a qual consiste em mostrar de forma clara que o crescimento de longo prazo neste modelo tem uma natureza endógena; e, por outro, porque põem em evidência

[6] Este resultado para a taxa de crescimento da função de produção poderia ter sido obtido a partir do conhecimento do grau de homogeneidade da função. Sendo esta uma função homogénea de grau 1, o produto terá que estar a crescer ao mesmo ritmo dos seus factores produtivos, que já vimos estarem todos a crescer à mesma taxa.

que este modelo não permite explicar a melhoria das condições de vida em termos médios que em termos históricos se têm verificado nos países industrializados.

Natureza do crescimento económico: endógeno versus exógeno

Quanto ao primeiro caso é fácil demonstrar que, e contrariamente aos dois modelos anteriormente estudados (modelo de Solow e modelo de capital humano), o modelo clássico apresenta uma taxa de crescimento económico de equilíbrio de longo prazo que tem *uma natureza endógena.* Por "natureza endógena" pretendemos referir que a taxa de crescimento económico depende de variáveis económicas cujo valor é em grande medida determinado por decisões dos próprios agentes económicos, e não por forças meramente exógenas a todo o funcionamento da economia.

Vejamos a expressão que nos dá o valor desta taxa de crescimento, ou seja, a equação (9.48)

$$g_L = A\,(\phi \cdot \varepsilon)^{\varepsilon}\,(s_K \cdot \alpha)^{\alpha}\,(s_H \cdot \beta)^{\beta}$$

Os elementos que fazem parte desta equação podem ser agrupados da seguinte forma:[7]

- parâmetros (ϕ, α, β),
- a constante que nos dá o nível do conhecimento tecnológico (A), a qual permanece imutável ao longo do tempo;
- as duas taxas de poupança (s_K, s_H).

Como é óbvio, os parâmetros têm pouco significado para o esclarecimento da questão sobre a natureza endógena/exógena do crescimento. Por outro lado, se A é tida como uma constante do modelo, também em nada pode contribuir para a clarificação desta questão. No entanto, as duas taxas de poupança podem fazê–lo e é isto que vamos mostrar de seguida.

Suponha que uma das taxas de poupança (ou ambas) sofrem um aumento, resultante de decisões dos agentes económicos privados ou porque o Governo criou incentivos fiscais à poupança. Qual o impacto que isto provoca sobre a taxa de crescimento económico? O resultado seria um aumento do nível da taxa de crescimento económico no longo prazo como se pode facilmente demonstrar por $dg_L/ds_K > 0$ e $dg_L/ds_H > 0$. Ou seja, *as*

[7]Lembre–se que para simplificar a simbologia utilizámos atrás a definição: $\varepsilon \equiv 1 - \alpha - \beta$.

taxas de poupança têm um impacto positivo sobre a taxa de crescimento económico de longo prazo. Isto contraria os modelos de Solow e de capital humano, onde um aumento das taxas de poupança permitia obter taxas de crescimento económico mais elevadas mas *apenas no curto prazo.* No longo prazo, esta taxa de crescimento era totalmente determinada apenas por duas forças exógenas (a soma das taxas de crescimento da população e do conhecimento tecnológico, $n+m$), ou seja, nenhuma decisão económica dos agentes privados ou públicos a poderia alterar. Portanto, no modelo clássico, decisões *económicas* dos agentes privados e públicos podem afectar a taxa de crescimento económico de forma permanente (ou seja no equilíbrio de longo prazo) — não apenas temporariamente como um efeito de transição dinâmica entre dois equilíbrios de longo prazo (curto prazo) — e é por esta razão o modelo é considerado como um "*modelo de crescimento endógeno*".

Melhoria das condições médias de vida das populações

Uma das limitações deste modelo consiste em que o mesmo não permite explicar a melhoria das condições médias de vida das populações que podem ser facilmente constatáveis em termos históricos e empíricos na maioria dos países industrializados. Um bom indicador da melhoria das condições de vida médias é o PIB per capita. Neste modelo, como vimos acima, o produto per capita tem uma taxa de crescimento nulo no equilíbrio de longo prazo, conforme se pode constatar de forma imediata na equação (9.47). Assim, quando o equilíbrio de longo prazo é alcançado o produto per capita pára de crescer, e as condições de vida médias permanecerão constantes ao longo do tempo.

Se o modelo tem a vantagem de explicar o crescimento de forma endógena, tem a grande limitação de não poder explicar uma das facetas mais notórias do crescimento económico moderno nos países industrializados (melhoria permanente das condições de vida médias). Note no entanto que este modelo poderia eliminar tal limitação caso fosse permitido que A crescesse ao longo do tempo de uma forma exógena.[8] Isto é, se A crescesse a uma taxa positiva (neste modelo esta taxa é nula porque A é assumida como uma constante), este modelo passaria a explicar a melhoria permanente das condições de vida das populações, embora esta explicação continuasse a possuir uma natureza exógena. No entanto, enquanto que a explicação desta melhoria passava a ter um carácter exógeno, o modelo continuava a explicar toda a restante parte do crescimento económico

[8] Note que este resultado *não é imediato.* É necessário alguns cálculos elaborados para obter este resultado. Por razões de espaço não podemos incluir esta demonstração aqui. No entanto, aconselhamos que procure resolver o modelo e depois confronte os seus resultados com as soluções sobre esta questão apresentadas no livro de exercícios.

como um fenómeno económico, ou seja como um fenómeno endógeno ao funcionamento de uma economia de mercado.

Um aspecto curioso nos modelos de crescimento consiste no resultado de que sem a existência de um factor externo ou exógeno que afecte positivamente a produção, não é (aparentemente) possível obter num modelo de crescimento endógeno uma taxa de crescimento positiva para o produto per capita. Ou seja, sem a existência de um factor externo que cresça de forma permanente ao longo do tempo, não é possível encontrar uma explicação endógena para a melhoria permanente das condições médias de vida.[9]

Dos resultados desta secção podemos retirar mais três **conclusões** fundamentais relativamente ao modelo Clássico:

Conclusão 9.3 *No equilíbrio de longo prazo, cada variável cresce a uma taxa constante.*

Conclusão 9.4 *O crescimento económico no longo prazo apresenta uma natureza endógena, porque a taxa de crescimento depende positivamente das taxas de poupança* (s_K, s_H). *Isto significa que a taxa de crescimento da produção pode ser afectada por decisões económicas dos agentes, e portanto, a política económica tem um papel importante no crescimento de longo prazo. Isto contraria as conclusões fundamentais dos modelo de Solow e de capital humano;*

Conclusão 9.5 *No equilíbrio de longo prazo, o produto per capita, o capital físico per capita, e o capital humano per capita apresentam taxas de crescimento nulas. Portanto, a melhoria das condições médias de vida (dadas pelo produto per capita) não pode ser explicada a partir deste modelo. Note no entanto que, se* A *crescesse ao longo do tempo a uma taxa positiva e exógena (neste modelo esta taxa é nula em virtude de* A *ser assumida como uma constante), o modelo poderia com esta alteração explicar a a melhoria das condições de vida das populações.*

9.3 Efeitos de Transição Dinâmica

Neste modelo existem três tipos de alterações em parâmetros que podem produzir efeitos de transição dinâmica: alterações nas taxas de poupança (s_K, s_H), alterações na sensibilidade da taxa de crescimento da população relativamente ao salário real (ϕ), e alterações no nível do conhecimento

[9] Infelizmente, por razões de espaço, não é possível demonstrar aqui esta proposição, embora a percepção deste ponto seja mais facilmente compreensível quando estiver mais fluente nos vários modelos desenvolvidos nesta parte do livro.

tecnológico (A). Vamos mostrar o que acontece se s_H aumentar, ou se A aumentar.[10]

9.3.1 Alteração na taxa de poupança s_H

O que acontece à economia no *longo prazo* se as famílias decidirem aumentar a sua taxa de poupança para investimento em capital humano? E no *curto prazo*? Como vimos no capítulo anterior, no modelo de capital humano, o mesmo tipo de alteração provoca apenas efeitos de curto prazo na economia, deixando a taxa de crescimento económico de longo prazo inalterada. No modelo clássico isto não irá acontecer e já mostrámos isso na secção anterior. Vamos agora analisar esta questão em maior detalhe, e vamos também mostrar o "outro lado" da questão: os efeitos de transição de curto prazo entre dois equilíbrios de longo prazo.

Usando a expressão para a taxa de crescimento que obtivemos acima, equação (9.48), podemos verificar imediatamente que se s_H aumentar, então g irá também aumentar. Este impacto de uma alteração em s_H pode também ser analisado em termos gráficos através da *Figura 9.5*. Para tal é necessário utilizar novamente as equações dinâmicas para o capital físico e o capital humano que obtivemos numa secção anterior, as quais são, respectivamente, as equações (9.34) e (9.44). Igualando estas duas equações a zero, os resultados foram os seguintes — vide equações (9.36) e (9.46)

$$\begin{aligned} \dot{k} &= 0 \Rightarrow k^* = \frac{s_K \cdot \alpha}{\phi\,(1-\alpha-\beta)} \\ \dot{h} &= 0 \Rightarrow h^* = \frac{s_H \cdot \beta}{\phi\,(1-\alpha-\beta)} \end{aligned}$$

Podemos ver que um aumento em s_H — de $s_{H(E)}$ para $s_{H(F)}$, tal que $s_{H(F)} > s_{H(E)}$ — apenas afecta o *locus* $\dot{h} = 0$, deslocando–o para a direita no plano (k_t, h_t) conforme *Figura 9.5*. Enquanto que o ponto E reflecte o equilíbrio na situação inicial, o ponto F indica–nos o novo equilíbrio de longo prazo após a economia ter finalizado o seu processo de transição entre os dois pontos. No novo equilíbrio de longo prazo, como a taxa de poupança para investimento em capital humano é mais elevada que na situação inicial, a economia tem, para além de uma taxa de crescimento mais elevada, também um nível de capital humano por trabalhador mais elevado que no ponto E, $h_F^* > h_E^*$.

[10] As restantes alterações são facilmente implementadas após estas duas terem sido estudadas. Veja livro de exercícios onde pode encontrar respostas a estas duas alterações.

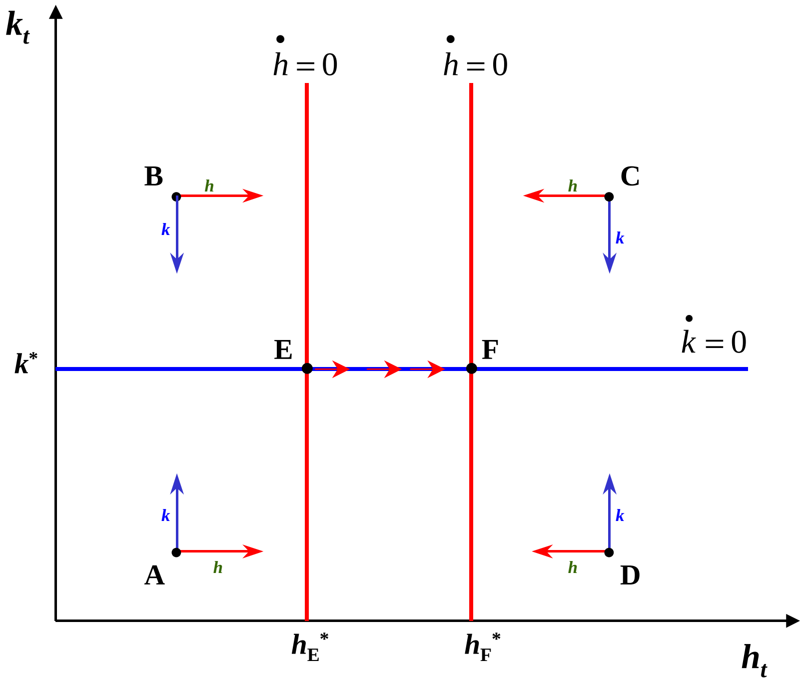

Figura 9.5: IMPACTO DE UM AUMENTO DA TAXA DE POUPANÇA PARA INVESTIMENTO EM CAPITAL HUMANO.

Portanto, alterações de natureza permanente na taxa de poupança apresentam dois efeitos importantes no modelo clássico. O primeiro consiste em que variações na taxa de poupança produzem *efeitos de transição dinâmica*, ou seja efeitos de curto prazo. Isto não é grande novidade relativamente ao que já conhecemos dos modelos de crescimento estudados. A segunda principal conclusão tem a ver com o facto de uma subida na taxa de poupança provocar um aumento no nível da taxa de crescimento económico mesmo no longo prazo. Isto contraria a conclusão dos modelos de Solow e de capital humano onde se verificava este efeito positivo mas apenas no curto prazo. No longo prazo aquela taxa é dada pela soma de duas forças exógenas, o crescimento da população e o crescimento do conhecimento tecnológico ($g_Q = n + m$), o que não é correcto no modelo clássico. Isto leva–nos à sétima principal conclusão do modelo de Clássico:

Conclusão 9.6 *Um aumento da taxa de poupança tem efeitos positivos permanentes sobre o crescimento económico de longo prazo; e tem também efeitos positivos no curto prazo (ou temporários) durante o processo de transição entre dois equilíbrios de longo prazo.*

9.3.2 Alteração no nível de A

Convém relembrar que A é mantida como uma mera constante ao longo do tempo neste modelo, ou seja o nível do conhecimento tecnológico é assumido como sendo exógeno e constante. Por isso, existe uma questão pertinente, que vamos ilustrar de seguida. Suponha que um país $\mathcal{P}_1$ tinha um determinado nível de conhecimento tecnológico A_1 e entra num processo de integração económica com um país $\mathcal{P}_2$, o qual teria um nível A_2. Como A é um bem público passará a estar à disposição dos agentes nestes dois países, só que agora o seu montante total é superior (mesmo eliminando alguma duplicação do conhecimento nos dois países), sendo A_{1+2} . O que aconteceria às taxas de crescimento dos países no longo prazo? e no curto prazo?

Longo prazo

A resposta sobre o impacto que se verifica na economia no longo prazo é imediata. Se A aumenta então as taxas de crescimento económico dadas pela equação (9.48) irão aumentar, em virtude de se poder facilmente concluir que $dg_L/dA > 0$. Portanto, no longo prazo como $A_{1+2} > A_1$ e $A_{1+2} > A_2$, um aumento de A resultante do processo de integração económica leva a um ritmo do crescimento económico mais elevado para cada uma das economias.

Este resultado reflecte um aspecto muito importante em modelos de crescimento de longo prazo, sobretudo nos modelos de crescimento com uma natureza endógena, e dá pelo nome de *"efeitos de escala"* no crescimento. A razão pela qual estes efeitos se chamam de escala é muito simples de explicar: como existem rendimentos constantes à escala na acumulação de capital e trabalho, quando a escala onde a produção é efectuada aumenta numa determinada proporção, a taxa de crescimento de longo prazo também aumenta nessa mesma proporção. Por exemplo, se A duplicar por qualquer razão, então $g^{\star}$ irá também duplicar.

Estes efeitos de escala apresentam um aspecto bastante positivo para a explicação do crescimento de longo prazo. Ao permitir explicar como a política económica pode afectar a taxa de crescimento de longo prazo através do nível de A — ou seja, mesmo sem ser através das taxas de poupança, as quais já foram analisadas atrás — o modelo põe a descoberto um novo veículo para a intervenção das instituições públicas na melhoria das condições de vida das populações no longo prazo, que não estava presente nos dois modelos discutidos nos capítulos anteriores (Solow e capital humano). No entanto, como A é tida como uma constante, e exogenamente determinada, apenas faz sentido em alguns casos conceber a possibilidade do Estado intervir no sentido de aumentar A (uma excepção consiste em processos de integração económica, já acima discutido).

Podemos apresentar mais uma conclusão do modelo Clássico:

Conclusão 9.7 *Um aumento do nível do conhecimento tecnológico produz efeitos positivos de longo prazo sobre a taxa de crescimento económico, e produz também efeitos de escala, onde uma duplicação da escala de actividade leva à duplicação da taxa de crescimento económico de longo prazo.*

Curto prazo

A resposta ao que acontecerá no curto prazo não é imediata porque encerra um detalhe que até agora nunca foi aflorado em nenhum dos modelos que temos apresentado. Contrariamente às alterações que provocam impactos sobre os equilíbrios de longo prazo dos modelos que temos analisado até agora — excepção feita ao modelo AK — no caso da alteração que estamos a analisar agora, esta não produz quaisquer efeitos de curto prazo, ou melhor, não produz efeitos de curto prazo distintos dos efeitos de longo prazo. De outra maneira ainda, *uma variação em A não produz efeitos de transição dinâmica entre dois equilíbrios de longo prazo: o processo de ajustamento é instantâneo no tempo.*

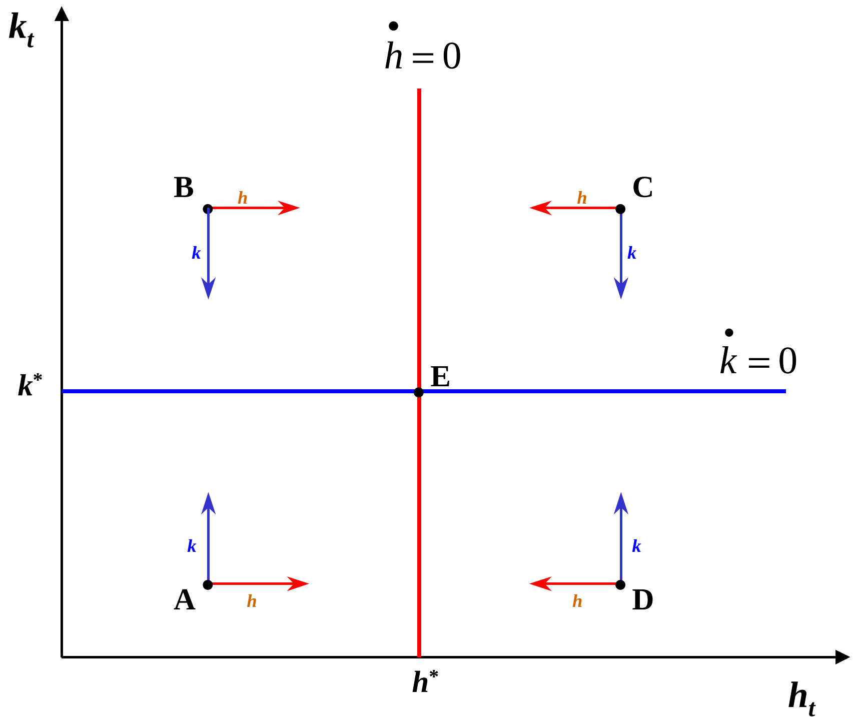

Figura 9.6: O IMPACTO DE UM AUMENTO NO NÍVEL DO CONHECIMENTO TECNOLÓGICO (A) . *Este aumento não produz quaisquer efeitos de curto prazo. O equilibrio que é caracterizado pelo ponto E não sofre qualquer alteração em termos dos valores de equilíbrio de* k_t *e* h_t*.*

Para explicar este processo é necessário recorrer mais uma vez às duas equações que nos dão o locus do equilíbrio de longo prazo de k_t e h_t. Estas equações foram já desenvolvidas anteriormente — equações (9.36) e (9.46) — e estão representadas novamente em termos gráficos na *Figura 9.6*. Conforme se pode facilmente verificar, a constante A não faz parte de qualquer uma destas equações, o que implica que os valores de equilíbrio de k_t e h_t (isto é, $k^\star$ e $h^\star$), não sofrerão qualquer alteração relativamente à sua posição geométrica na referida figura. Assim, as variáveis k_t e h_t mantêm no novo equilíbrio os mesmos valores que tinham no equilíbrio inicial. Não existe, portanto, qualquer efeito de curto prazo, ou seja de transição dinâmica entre dois equilíbrios de longo prazo.

Note que a não existência de qualquer processo de ajustamento de curto prazo na economia não significa que não exista de facto qualquer processo de ajustamento. Este existe mas é instantâneo, de forma que neste caso os processos de curto e longo prazo coincidem. No momento

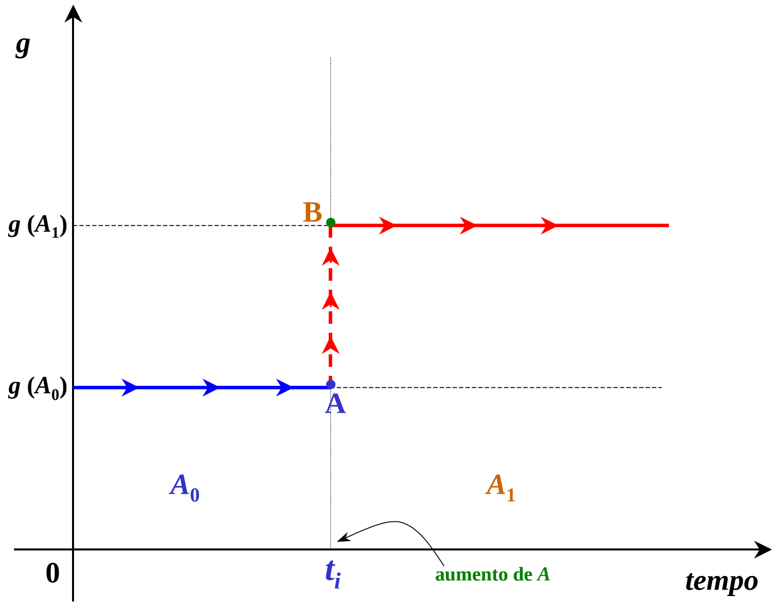

Figura 9.7: O IMPACTO DE UM AUMENTO DO NÍVEL DE CONHECIMENTO TECNOLÓGICO (A) SOBRE A TAXA DE CRESCIMENTO ECONÓMICO NO EQUILÍBRIO DE LONGO PRAZO.

em que se manifesta a alteração em A, a economia dá um salto e no período seguinte todas as variáveis endógenas passarão a crescer a uma taxa mais elevada e constante. Este processo pode ser visto na *Figura 9.7.*

No período de tempo t_i verifica–se um aumento do nível do conhecimento tecnológico de A_0 para A_1 com $A_1 > A_0$. A taxa de crescimento económico existente antes do aumento é dada por $g(A_0)$, sofrendo uma subida repentina no momento em que se verifica aquele aumento e depois permanece nesse valor ao longo do tempo, passando a assumir um valor mais elevado e igual a $g(A_1)$. Caso existisse um processo de transição dinâmica, esta taxa de crescimento iria ajustar–se (neste caso, aumentar) gradualmente e obteria o valor de equilíbrio de longo prazo apenas ao fim de um determinado número de períodos. Não é o que se verifica no caso apresentado na figura, onde o ajustamento se dá de uma forma instantânea, o que implica que não existe um processo de curto prazo diferente do próprio equilíbrio de longo prazo. Isto permite–nos apresentar mais uma conclusão do modelo Clássico:

Conclusão 9.8 *Um aumento do nível do conhecimento tecnológico produz efeitos positivos de longo prazo sobre a taxa de crescimento económico,* *mas não produz quaisquer efeitos de curto prazo, ou seja, não apresenta quaisquer efeitos de transição dinâmica no funcionamento da economia.*

9.4 Robustez do Modelo

Conforme vimos ao longo desta última secção, alterações de natureza permanente nas taxas de poupança, na taxa de conhecimento tecnológico, e mesmo no nível do conhecimento tecnológico apresentam uma característica importante no modelo clássico: o equilíbrio é único e é estável. O facto de um modelo ter um equilíbrio estável mesmo perante variações em alguns dos seus parâmetros é designado por *"robustez do modelo"*. Portanto, estes resultados confirmam a característica geral do modelo de possuir um equilíbrio de longo prazo claramente estável. Este aspecto leva a outra conclusão fundamental:

Conclusão 9.9 *No modelo clássico, o equilíbrio de longo prazo não é apenas estável, é também "robusto", já que mesmo alterações em parâmetros fundamentais do modelo não alteram o tipo de estabilidade do modelo no longo prazo.*

9.5 Sumário

1. No modelo clássico de crescimento económico o equilíbrio de longo prazo existe e é único.

2. O equilíbrio de longo prazo do modelo é estável, já que independentemente do ponto de partida, a economia converge para uma trajectória de crescimento equilibrado.

3. Quando a economia alcança a trajectória de crescimento equilibrado, cada variável cresce a uma taxa constante e idêntica.

4. No equilíbrio de longo prazo não há crescimento das variáveis medidas em termos per capita.

5. O modelo clássico é um modelo de crescimento endógeno, porque a taxa de crescimento de equilíbrio de longo prazo depende de decisões económicas das empresas e famílias.

6. Um aumento da taxa de poupança produz efeitos, não apenas no curto prazo (de transição entre dois equilíbrios de longo prazo), mas também de longo prazo: provoca um aumento na taxa de crescimento económico.

7. Um aumento do nível do conhecimento tecnológico produz efeitos positivos de longo prazo sobre a taxa de crescimento económico, e produz também "efeitos de escala", onde uma duplicação da escala de actividade leva à duplicação da taxa de crescimento económico de longo prazo.

8. Um aumento do nível do conhecimento tecnológico não produz quaisquer efeitos de curto prazo, ou seja, não apresenta quaisquer efeitos de transição dinâmica no funcionamento da economia.

9. A economia cresce a uma taxa de crescimento endógena, e o "estado estacionário" no sentido clássico do termo não é de facto verificado.